# MECÂNICA GERAL - 2/2009

## LISTA 12

**1.** Reveja o problema do pêndulo suspenso do teto de uma vagão acelerado feito em aula e considere a seguinte situação : Um balão de hélio é ancorado por um fio de massa desprezível ao chão de um vagão que acelera para a direita com aceleração $\vec{A}$. Determine a inclinação do fio na situação de equilíbrio. (Sugestão: um balão de hélio flutua graças a força de empuxo, que é o resultado de um gradiente da pressão atmosférica. Qual a relação entre as direções e sentidos do campo gravitacional e da força de empuxo?)

**2.** (a) Considere a força de maré sobre um objeto de massa $m$ na posição do ponto P da figura feita em sala. Escreva $d$ como $(d_0 - R_T) = d_0(1 - R_T/d_0)$ e use a aproximação binomial $(1-\epsilon)^{-2} \approx 1+2\epsilon$ para mostrar que $\vec{F}_{maré} \approx -(2GM_L m R_T/d_0^3)\hat{x}$. Determine direção e sentido desta força e faça uma comparação numérica entre ela e a força gravitacional $m\vec{g}$ feita pela Terra.
(b) Faça os mesmos cálculos para a força de maré no ponto R. Compare, em módulo, direção e sentido, esta força com a obtida no item (a).
(c) Faça os mesmos cálculos para a força de maré no ponto Q. (Neste caso, escreva $\hat{d}/d^2 = \vec{d}/d^3$ e use a aproximação binomial na forma $(1+\epsilon)^{-3} \approx 1 - 3\epsilon$.)

**3.** A demonstração feita em aula da equação de movimento no referencial em rotação supôs que a velocidade angular deste referencial $\vec{\Omega}$ era constante. Mostre que, se $\dot{\vec{\Omega}} \neq 0$, será necessária a introdução de outra força inercial, algumas vezes chamada de *força azimutal*, igual a $m\vec{r} \times \dot{\vec{\Omega}}$.

**4.** Um balde cheio de água é posto para girar em torno de um eixo vertical com velocidade angular $\vec{\Omega}$. Mostre que na situação de equilíbrio (em relação ao balde) a superfície da água é um parabolóide de revolução . (Use coordenadas cilíndricas e lembre-se que a superfície da água é uma equipotencial sob a ação combinada das forças gravitacional e centrífuga.)

**5.** Considere um objeto que se move sem atrito sobre uma mesa horizontal que gira em torno de um eixo vertical com velocidade angular $\vec{\Omega}$.
(a) Escreva as equações de movimento para as coordenadas $x$ e $y$ do objeto no referencial da mesa. (Inclua as forças centrífuga e de Coriolis, mas ignore a rotação da Terra.)
(b) Resolva as duas equações com a ajuda dos números complexos, como mostrado em aula. Escreva a solução geral.
(c) No instante $t = 0$ o objeto está na posição $\vec{r}_0 = (x_0, 0)$ com velocidade $\vec{v}_0 = (v_{x0}, v_{y0})$ (medidas no referencial da mesa). Mostre que, num instante genérico $t$,

$$x(t) = (x_0 + v_{x0}t)cos\Omega t + (v_{y0} + \Omega x_0)tsen\Omega t$$

e

$$y(t) = -(x_0 + v_{x0}t)sen\Omega t + (v_{y0} + \Omega x_0)tcos\Omega t.$$

(d) Descreva e esboce o comportamento do objeto para valores grandes de $t$. (Sugestão: Quando $t$ é grande, os termos proporcionais a $t$ dominam - exceto quando seus coeficientes são nulos, o que não é o caso aqui. Por isso, podemos escrever a solução na forma $x(t) = t(B_1 cos\Omega t + B_2 sen\Omega t)$ e uma expressão similar para $y(t)$. Agora combine o seno e o cosseno num único cosseno - ou seno, no caso de $y(t)$. Agora deve ficar mais fácil reconhecer que a trajetória é um tipo de espiral - mostre isso!)